



Università di Roma **La Sapienza**
Dipartimento di Informatica e Sistemistica

Robot motion planning with uncertainty

Andrea Censi

Relatore: Prof. Alessandro De Luca

Correlatore: Prof. Giuseppe Oriolo

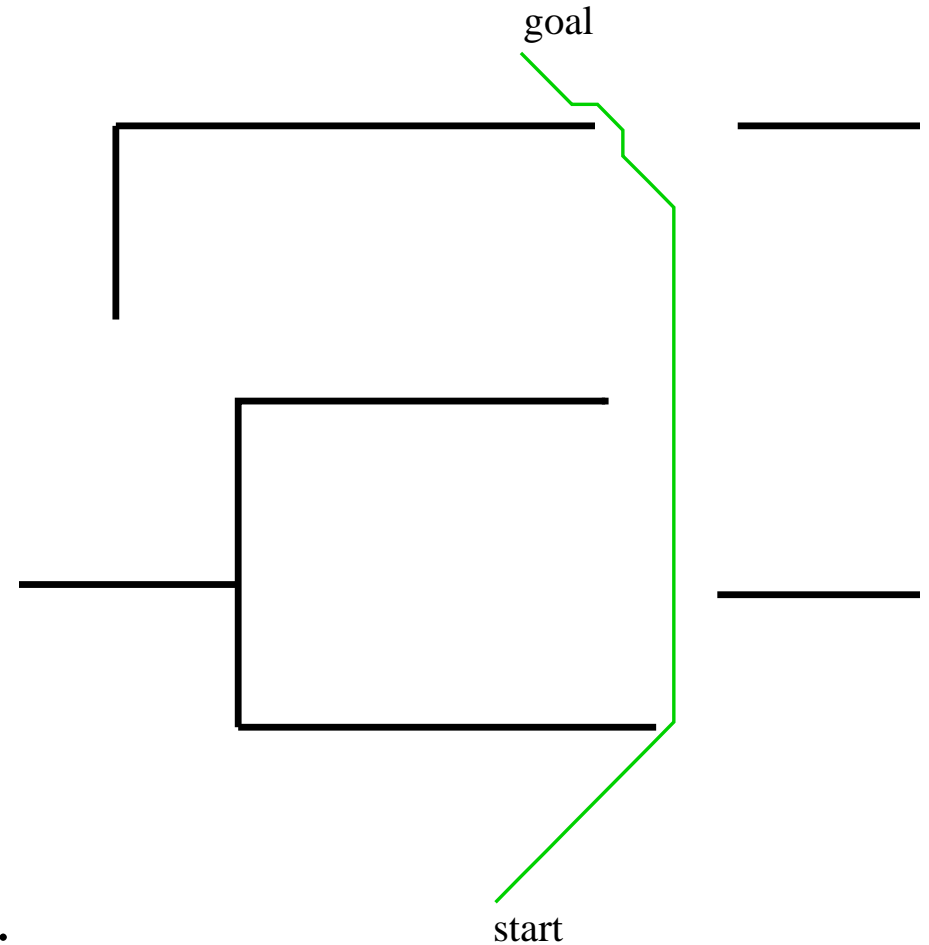
- Problema: pianificazione del moto per robot mobili in presenza di incertezza nel controllo e nella percezione.
- Formalizzato come pianificazione nello spazio pose \times covarianze.
- Risolto con algoritmi di ricerca.

Pianificazione di traiettorie

Dato un ambiente, un punto di partenza, uno di arrivo, trovare il migliore percorso che unisce i due punti senza toccare gli ostacoli dell'ambiente.

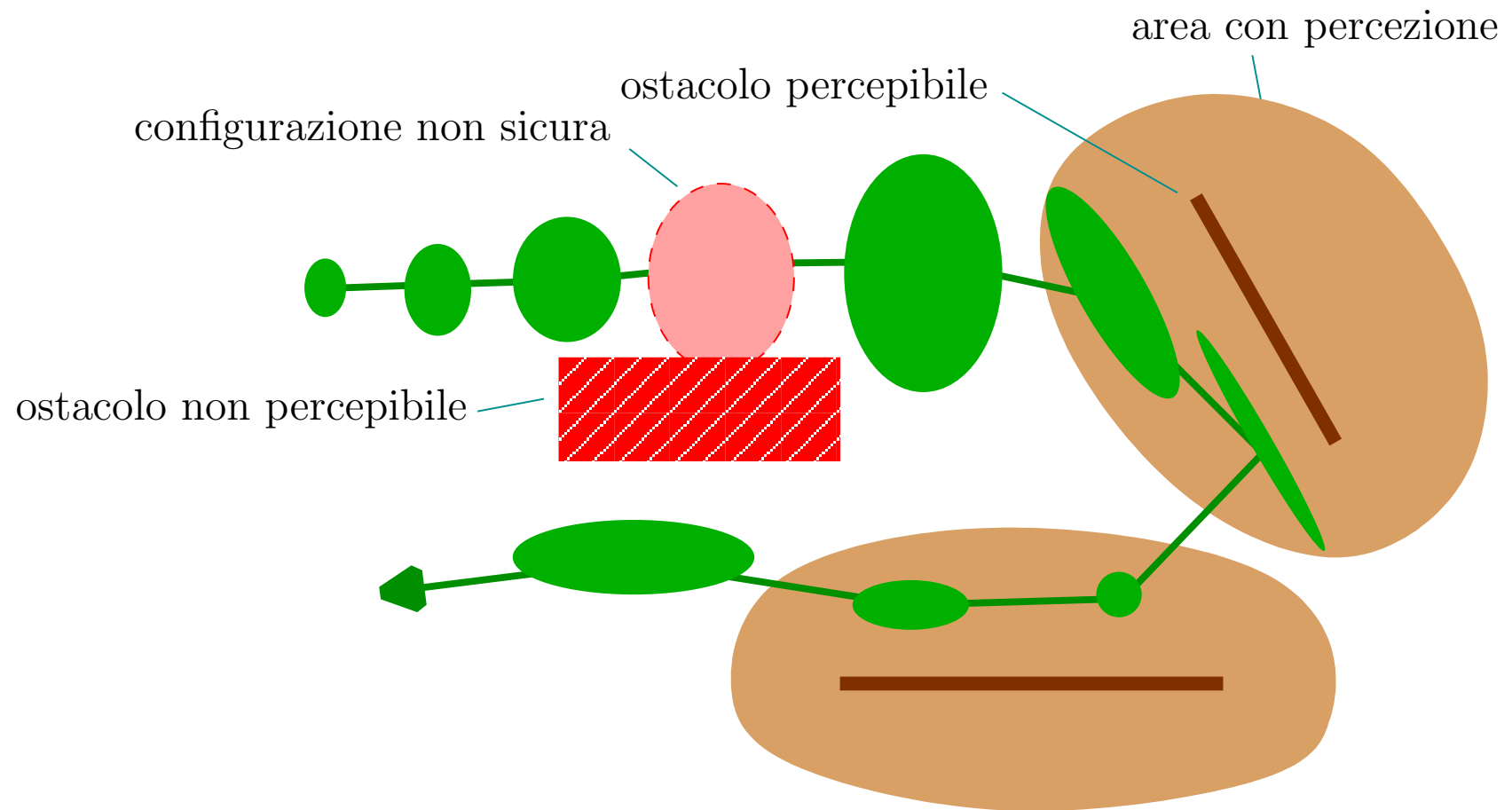
Può essere molto difficile:

- spazi con molte dimensioni
- vincoli cinematici e dinamici
- incertezza



Evoluzione dell'incertezza

- Per un robot mobile, l'incertezza nella stima della posa:
 - **aumenta** perché gli errori odometrici si accumulano
 - **diminuisce** quando sono percepibili punti di riferimento



Molte formalizzazioni, molti metodi di soluzione

- **Preimage-back chaining:** Lozano-Perez *et al.* (1984); Lazanas and Latombe (1992); Fraichard and Mermond (1998)
- **Sensor-based planning:** Bouilly *et al.* (1995); Khatib *et al.* (1997)
- **The Information Space approach:** Barraquand and Ferbach (1995); O'Kane and LaValle (2005); O'Kane (2006); O'Kane and LaValle (2006)
- **Sensor uncertainty fields (SUF):** Takeda and Latombe (1992); Takeda *et al.* (1994); Trahanias and Komninos (1996); Vlassis and Tsanakas (1998); Makarenko *et al.* (2002)
- **Set-membership approach:** Page and Sanderson (1995b,a)
- **Dynamic programming:** Blackmore *et al.* (2006); Blackmore (2006)
- **A^* , RRT:** Lambert and Fort-Piat (2000); Lambert and Gruyer (2003); Gonzalez and Stentz (2007)

Formulazione pianificazione **con incertezza**

Trovare una funzione $q^*(t)$ continua, tale che:

$$q^*(0) = q_{\text{start}} \qquad q(0) \sim p_0(q)$$

$$q^*(t) \in \mathcal{C}_{\text{free}} \qquad \mathbb{P}(q(t) \in \mathcal{C}_{\text{free}}) \geq 1 - \epsilon$$

$$q^*(t_f) \in \mathcal{C}_{\text{target}} \qquad \mathbb{P}(q(t_f) \in \mathcal{C}_{\text{target}}) \geq 1 - \epsilon$$

(+ vincoli cinematici/dinamici)

(+ **modello stocastico robot/sensori**)

$$\min J(q^*, t_f)$$

$$\min E\{J(q^*, t_f)\}$$

- In generale, la soluzione è una funzione dallo spazio delle distribuzioni di probabilità su q allo spazio delle azioni.

Approccio: **PP con incertezza** \simeq **PP** nello spazio **pose** \times **covarianze**

Riduciamo il problema a pianificazione senza incertezza nello spazio $\mathcal{S} = \text{pose} \times \text{covarianze}$:

$$\mathbf{q}(0) \sim p_0(\mathbf{q}) \qquad \mathbf{s}_0 = \langle \mathbf{q}_0, \Sigma_0 \rangle$$

$$\mathbb{P}(\mathbf{q}(t) \in \mathcal{C}_{\text{free}}) \geq 1 - \epsilon \qquad \mathbf{s}_t \in \mathcal{S}_{\text{free}}$$

$$\mathbb{P}(\mathbf{q}(t_f) \in \mathcal{C}_{\text{target}}) \geq 1 - \epsilon \qquad \mathbf{s}_{t_f} \in \mathcal{S}_{\text{target}}$$

$\mathcal{S}_{\text{free}}$ e $\mathcal{S}_{\text{target}}$ sono definiti con limiti sulle covarianze:

$$\mathbf{s}_t \in \mathcal{S}_{\text{free}} \iff \mathbf{q}_t \in \mathcal{C}_{\text{free}} \quad \wedge \quad \Sigma_t \leq \text{CONSTRAINTS}(\mathbf{q}_t)$$

$$\mathbf{s}_t \in \mathcal{S}_{\text{target}} \iff \mathbf{q}_t \in \mathcal{C}_{\text{target}} \quad \wedge \quad \Sigma_t \leq \mathbf{M}$$

Evoluzione dell'incertezza

- Per un robot mobile, l'incertezza nella stima della posa:
 - **aumenta** a causa dell'odometria
 - **diminuisce** a causa delle letture di sensori esterni
- Con qualche approssimazione (e omettendo qualche Jacobiano),

$$\Sigma_k \simeq \left(\mathcal{I}(\mathbf{q}_k) + (\Sigma_{k-1} + \Sigma_u)^{-1} \right)^{-1}$$

- Σ_u : rumore odometria; proporzionale alla distanza percorsa
 - $\mathcal{I}(\mathbf{q})$: matrice di informazione di Fisher del sensore
- E' possibile quindi prevedere l'evoluzione dell'incertezza lungo una traiettoria.

Problemi considerati

Due problemi studiati in particolare:

- Minimizzare il tempo finale.
- Minimizzare la covarianza finale, con vincolo sul tempo.

Particolarità rispetto alla pianificazione normale:

- C'è, in generale, una continuità di soluzioni anche quando il PP normale ne ha in numero finito.
- Le soluzioni non sono reversibili.
- Non c'è un ordine totale sulle covarianze.
- Il tempo non è una semplice parametrizzazione.

Pianificazione tramite ricerca (molto in breve)

Approccio in avanti:

- I nodi dell'algoritmo di ricerca sono del tipo $n = \langle \mathbf{q}, \Sigma, t \rangle$:

“Posso andare da \mathbf{q}_{start} a \mathbf{q} in tempo t con covarianza finale Σ .”

- Si parte dal nodo iniziale: $n_0 = \langle \mathbf{q}_0, \Sigma_0, 0 \rangle$.

Approccio a ritroso:

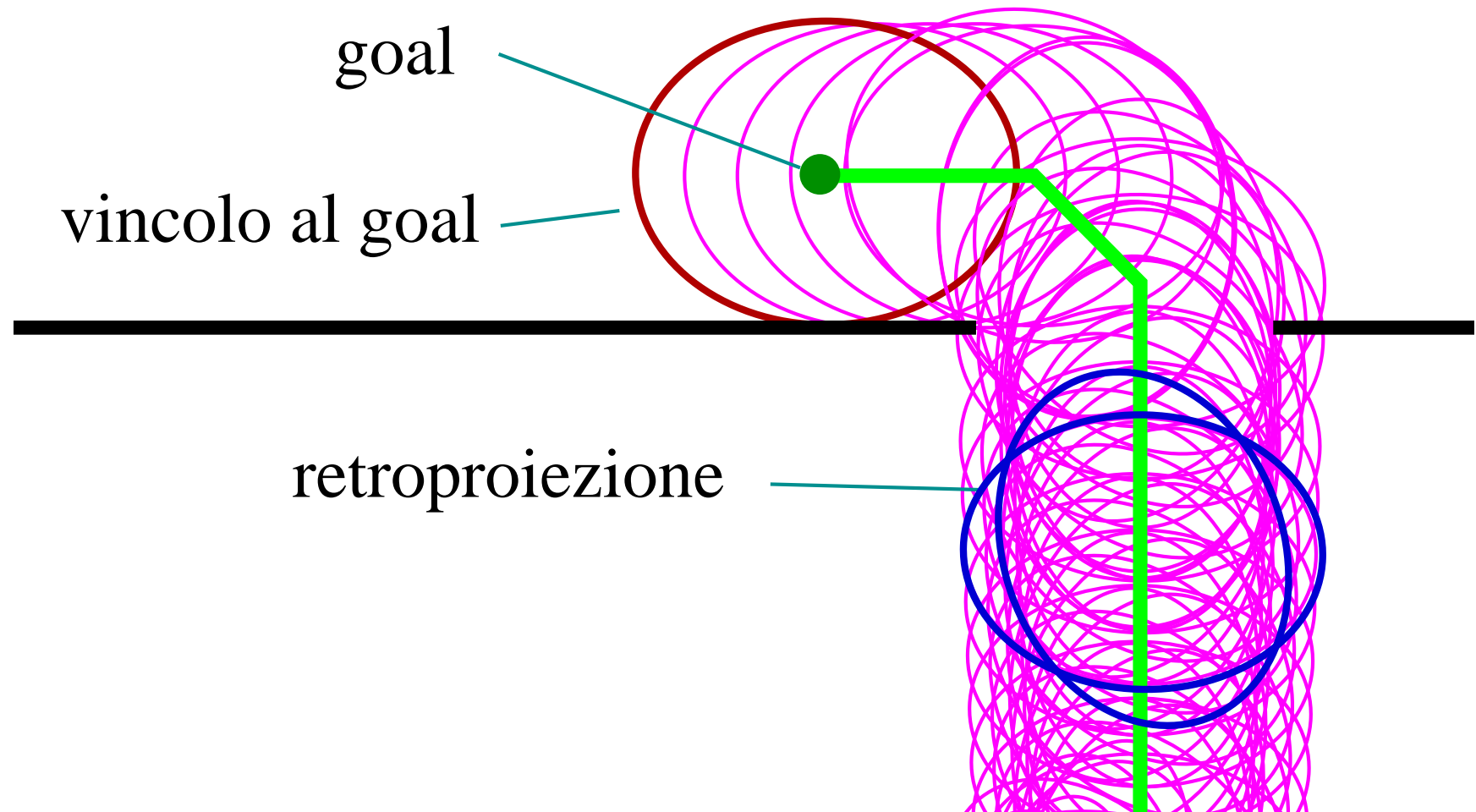
- I nodi sono del tipo $n = \langle \mathbf{q}_k, \{\mathbf{M}_i\}, tg \rangle$:

“Da \mathbf{q}_k , se $\Sigma_k \leq \{\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots\}$, allora posso arrivare a \mathbf{q}_{goal} in tempo tg .”

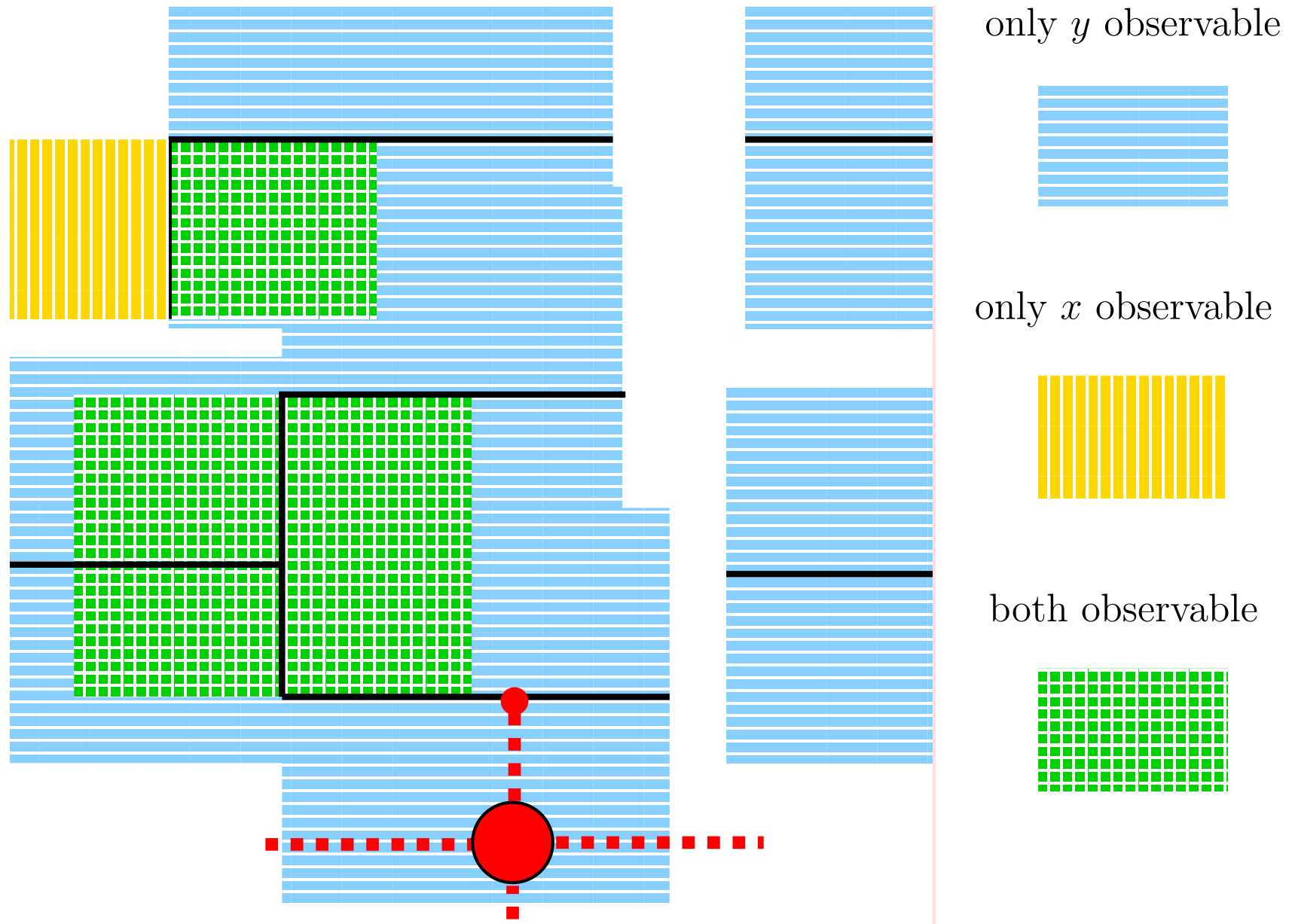
- Si parte dal nodo finale: $n_0 = \langle \mathbf{q}_{goal}, \text{CONSTRAINTS}(\mathbf{q}_{goal}), 0 \rangle$.

Metà della tesi è nella definizione di **relazioni di dominanza** ($n_1 \triangleright n_2$) per scartare nodi inutili.

Retropropagazione dei vincoli

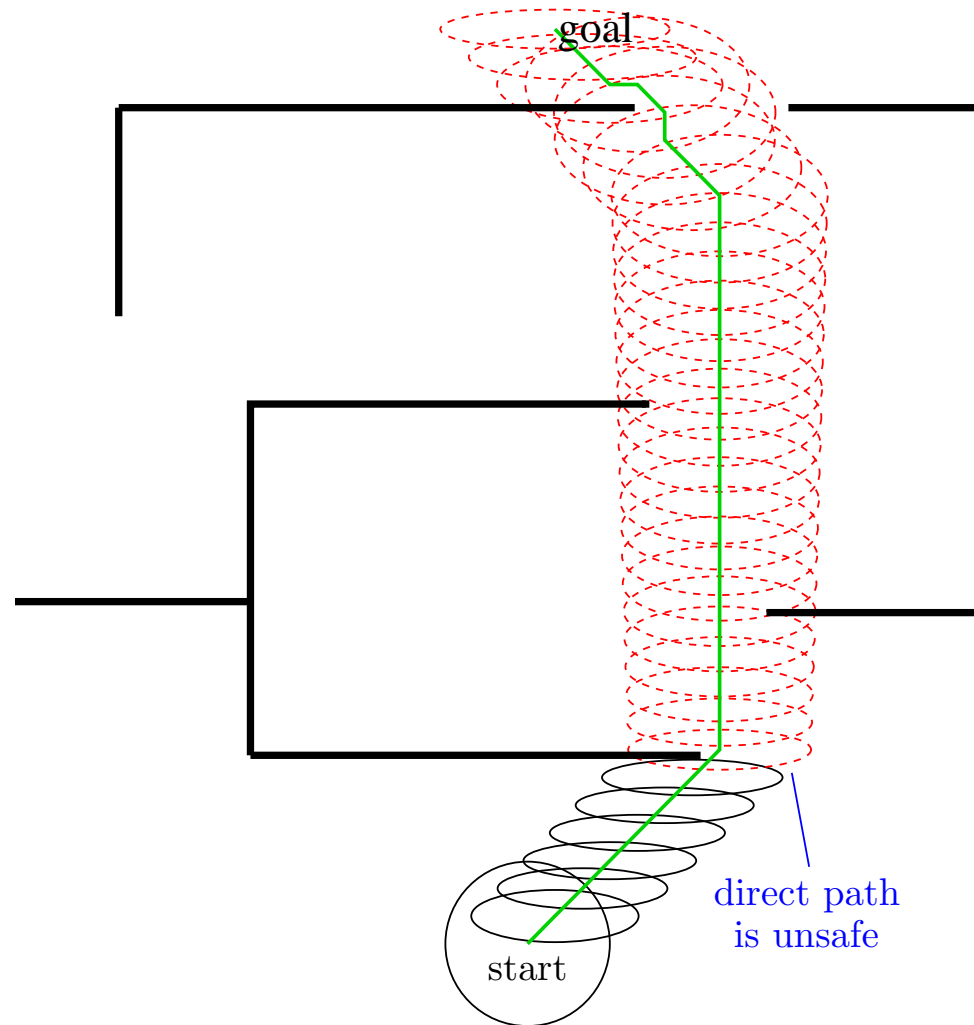


Esempio: Matrice di informazione di Fisher



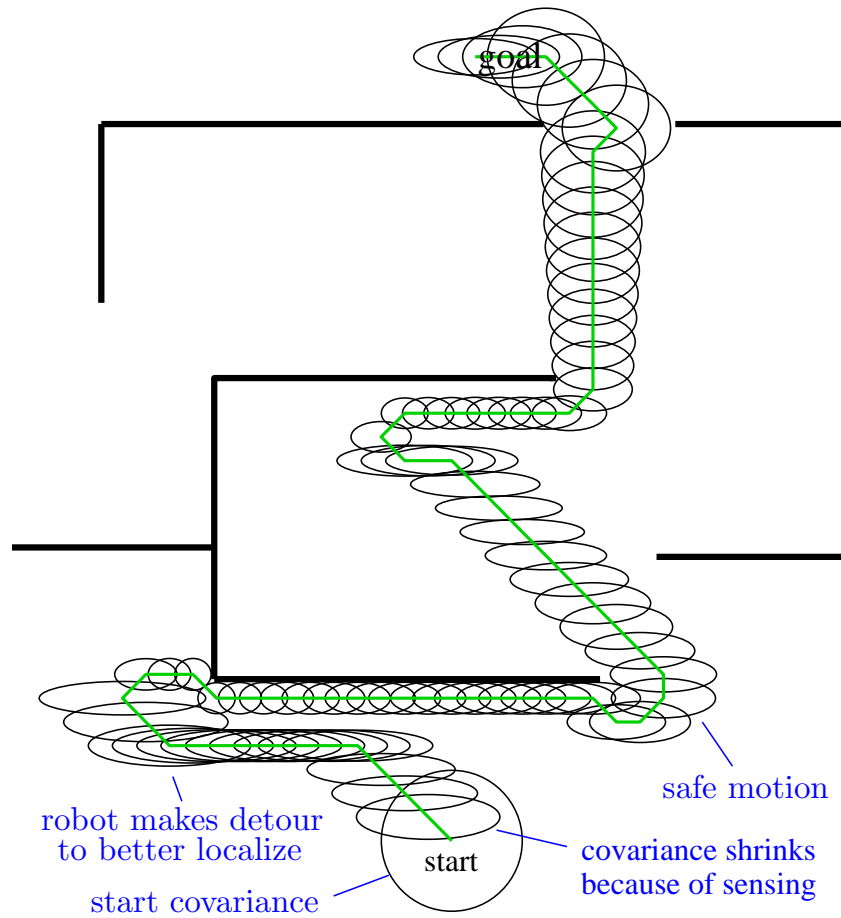
Esempio: Percorso non ammissibile

Tenendo conto dei vincoli sull'incertezza, il percorso diretto non è ammissibile:

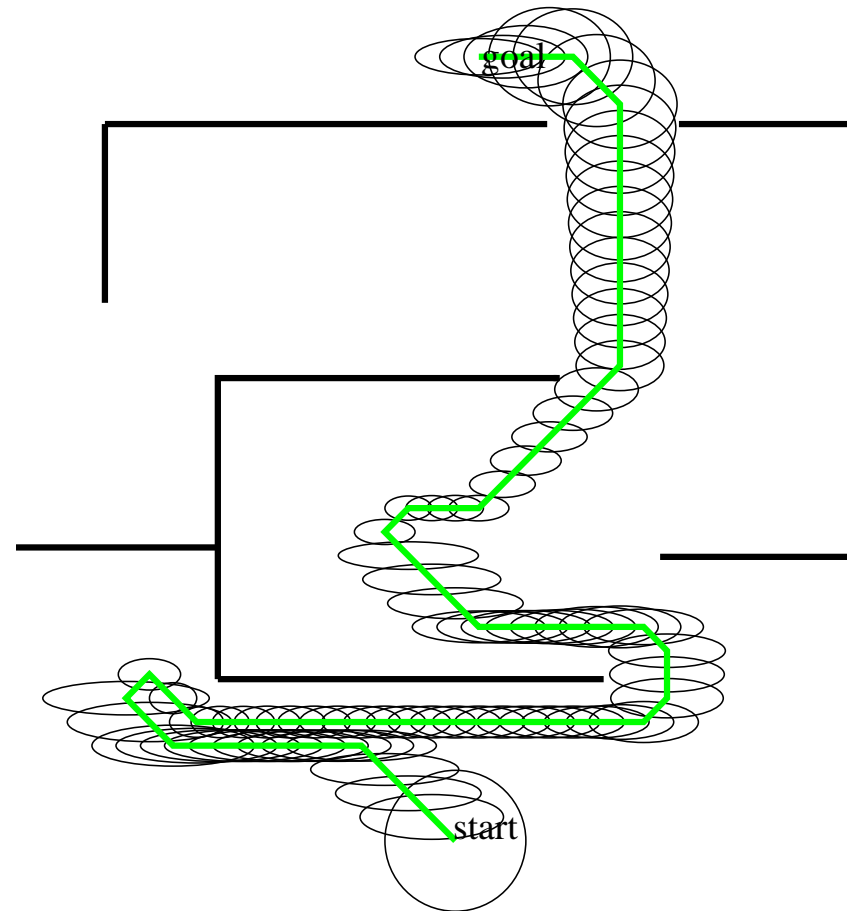


Esempio: Percorsi a tempo minimo

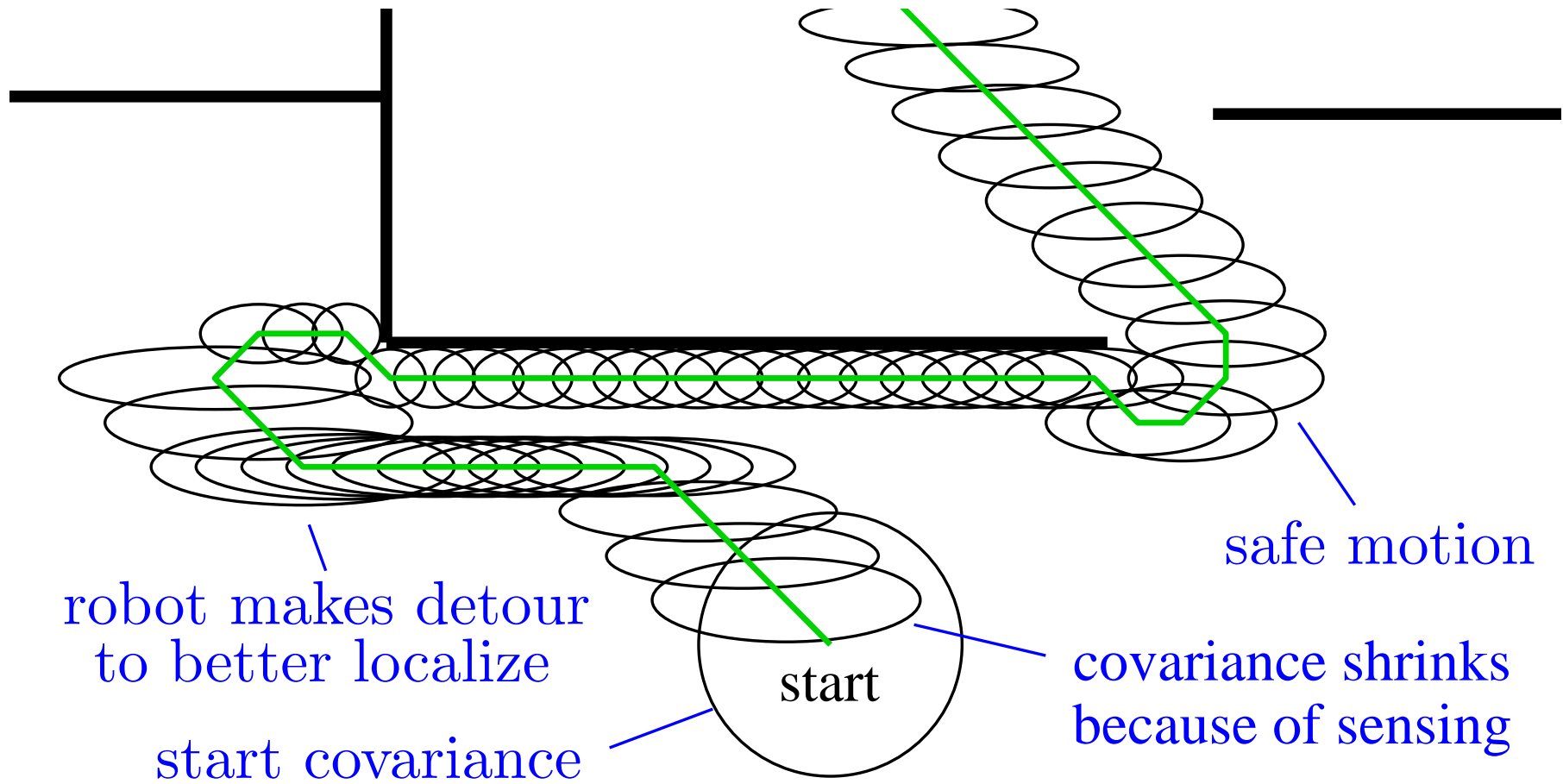
approccio in avanti



approccio a ritroso



Esempio: Percorsi a tempo minimo



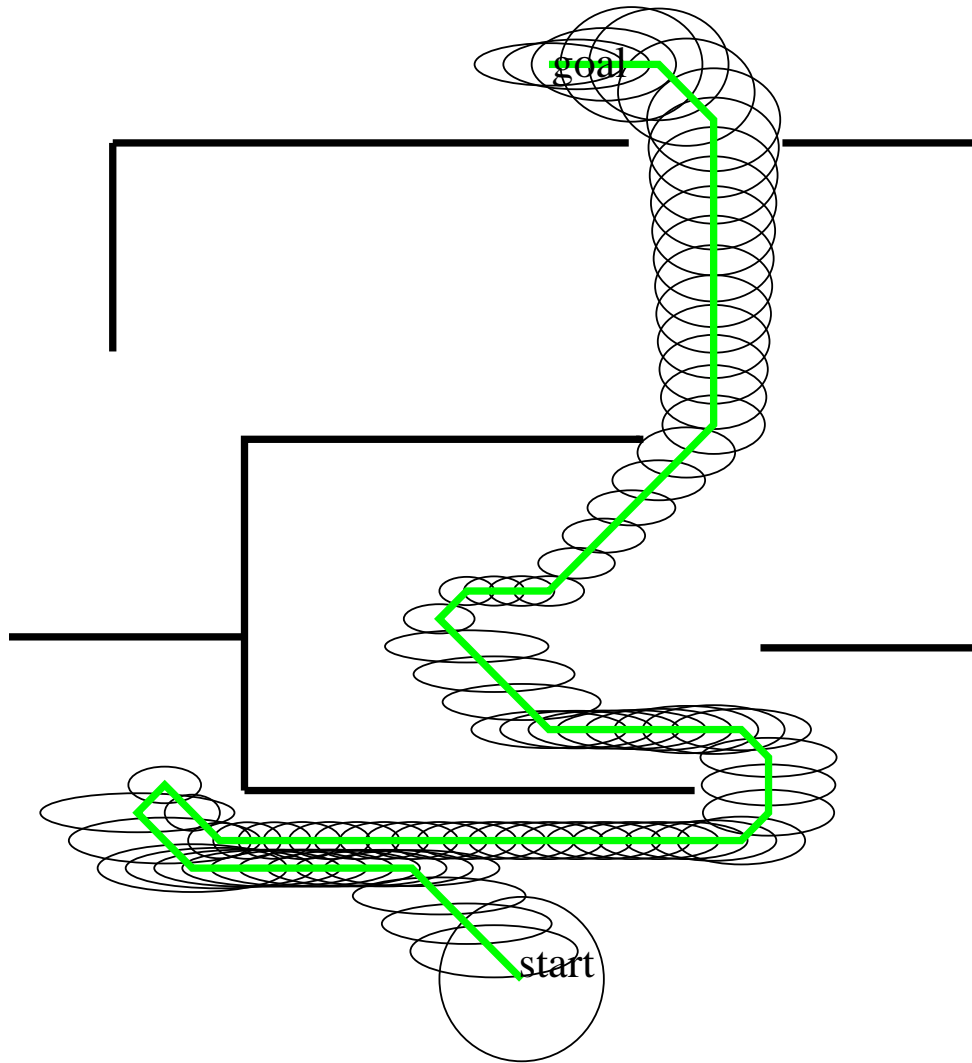
Costo del calcolo

A^* :	in avanti	a ritroso	senza incertezza
nodi creati	5'474	10'110	369
nodi espansi	4'211	7'321	229
nodi attivi alla fine	4'477	7'337	328
comparazioni fra matrici	106'252	1'021'156	-
tempo - G4 1.5GHz	0.51	2.13	0.04
tempo - P4 2.8GHz	0.23	1.06	0.02

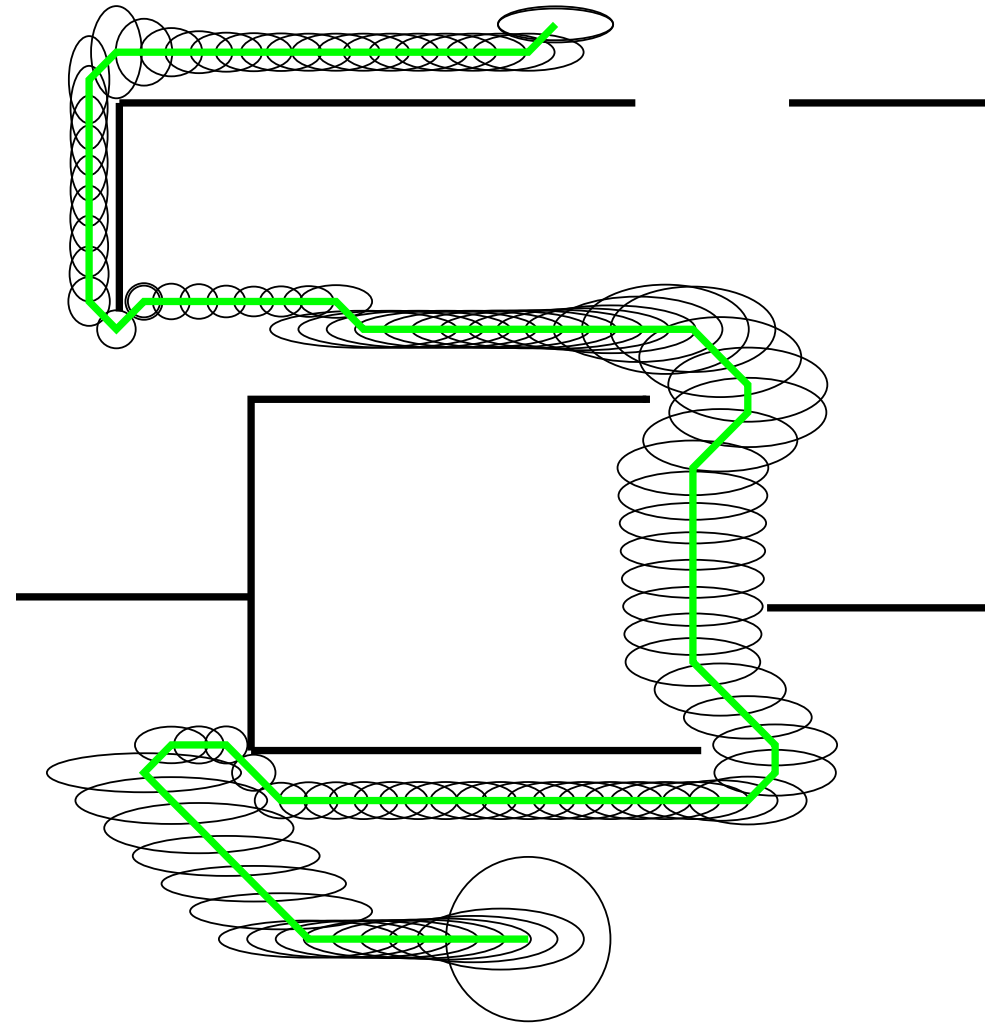
- L'albero di ricerca dell'approccio a ritroso può essere riutilizzato.

Minimizzare tempo finale / covarianza finale

minimizzare tempo:



minimizzare covarianza:



Che cosa abbiamo imparato

- Pianificare con incertezza:
 - è difficile da formalizzare
 - è difficile da risolvere esattamente
- Pianificare nello spazio pose \times covarianze:
 - la formalizzazione con la matrice di Fisher pare una buona idea
 - è importante usare relazioni di dominanza fra i nodi
 - è molto più costoso che pianificare senza incertezza

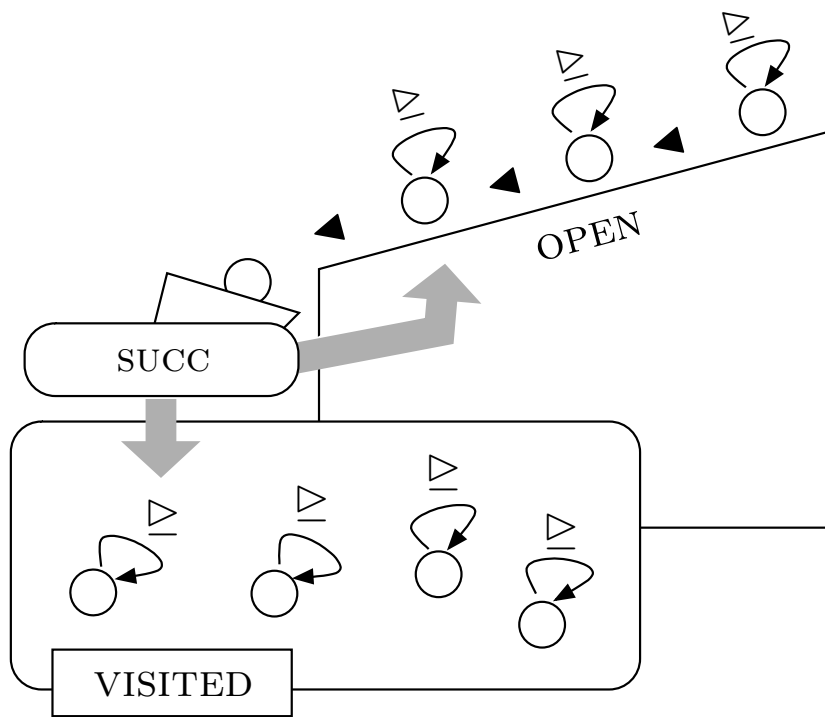
Lavoro futuro:

- Migliorare l'efficienza di questi algoritmi sfruttando la ricca struttura del problema.

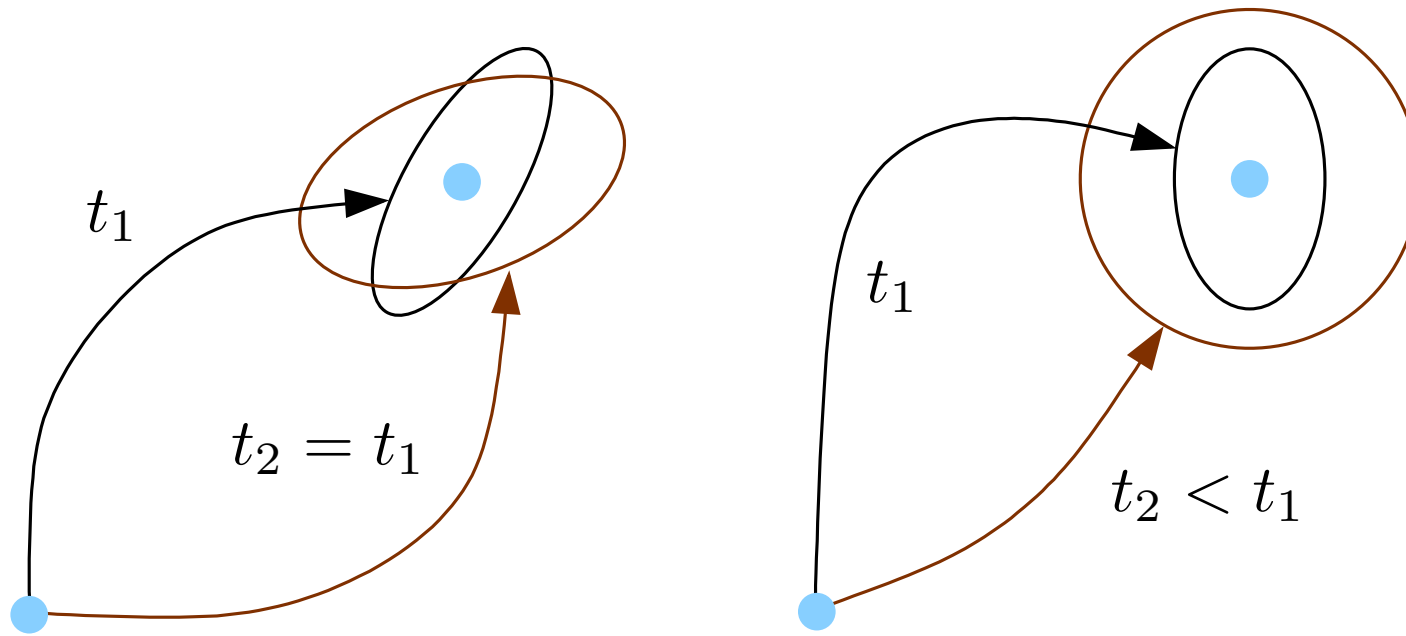
Domande facili?

Planning by searching

- 1: Put n_0 in OPEN.
- 2: **while** OPEN is not empty **do**
- 3: Pop first (according to \blacktriangleleft) node n from OPEN.
- 4: **for all** s in $\text{SUCC}(n)$ **do**
- 5: Report success if $\text{IS_GOAL}(s)$.
- 6: Ignore s if it is \triangleright -dominated in VISITED.
- 7: Discard nodes in VISITED \triangleright -dominated by s .
- 8: Put s in VISITED.
- 9: Discard nodes in OPEN \triangleright -dominated by s .
- 10: Put s in OPEN.
- 11: **end for**
- 12: **end while**
- 13: Report failure.



Stati che non si dominano



References

- Jérôme Barraquand and Pierre Ferbach. Motion planning with uncertainty: The Information Space approach. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, 1995.
- Lars Blackmore, Hui Li, and Brian Williams. A probabilistic approach to optimal robust path planning with obstacles. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, 2006.
- Lars Blackmore. A probabilistic particle control approach to optimal, robust predictive control. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, 2006.
- B. Bouilly, T. Simeon, R. Alami, and T. CNRS. A numerical technique for planning motion strategies of a mobile robot in presence of

uncertainty. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, volume 2, 1995.

T. Fraichard and R. Mermond. Path planning with uncertainty for car-like robots. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, pages 27–32, 1998.

Juan Pablo Gonzalez and Anthony Stentz. Planning with uncertainty in position using high-resolution maps. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, Rome, Italy, April 2007.

M. Khatib, B. Bouilly, T. Simeon, and R. Chatila. Indoor navigation with uncertainty using sensor-based motions. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, volume 4, pages 3379–3384, Albuquerque, NM, USA, April 1997.

Alain Lambert and Nadine Le Fort-Piat. Safe task planning integrating uncertainties and local maps federations. *International Journal of Robotics Research*, 19(6):597–611, Jun 2000.

A. Lambert and D. Gruyer. Safe path planning in an uncertain-configuration space. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, volume 3, pages 4185–4190, September 2003.

A. Lazanas and J.-C. Latombe. Landmark-based robot navigation. In *Proceedings of the Tenth National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-92)*, pages 816–822, San Jose, California, 1992. AAAI Press.

Tomas Lozano-Perez, Matthew Mason, and Russell H. Taylor. Automatic synthesis of fine-motion strategies for robots. *International Journal of Robotics Research*, 3(1), 1984.

Alexei Makarenko, Stefan Williams, Frederic Bourgault, and Hugh Durrant-Whyte. An experiment in integrated exploration. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Lausanne, Switzerland, 2002.

Jason M. O’Kane and Steven M. LaValle. Almost-sensorless localization. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, 2005.

Jason M. O’Kane and Steven M. LaValle. Localization with limited sensing. Conditionally accepted to *IEEE Transactions on Robotics*, September 2006.

Jason M. O’Kane. Global localization using odometry. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, 2006.

L. A. Page and A. C. Sanderson. A path-space search algorithm for motion planning with uncertainties. In *Proceedings of the IEEE*

International Symposium on Assembly and Task Planning, pages 334–340, Pittsburgh, PA, USA, August 1995.

- L. A. Page and A. C. Sanderson. Robot motion planning for sensor-based control with uncertainties. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, volume 2, pages 1333–1340, Nagoya, Japan, May 1995.
- H. Takeda and J.-C. Latombe. Sensory Uncertainty Field for mobile robot navigation. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, pages 2465–2472, Nice, France, May 1992.
- Haruo Takeda, Claudio Facchinetti, and Jean-Claude Latombe. Planning the motions of a mobile robot in a Sensory Uncertainty Field. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 16(10):1002–1017, 1994.
- Panos E. Trahanias and Yiannis Komninos. Robot motion planning:

Multi-Sensory Uncertainty Fields enhanced with obstacle avoidance.
In *Proceedings of the IEEE/RSJ International conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 1996.

N. A. Vlassis and P. Tsanakas. A Sensory Uncertainty Field model for unknown and non-stationary mobile robot environments. In *Proceedings of the IEEE International conference on Robotics & Automation (ICRA)*, 1998.